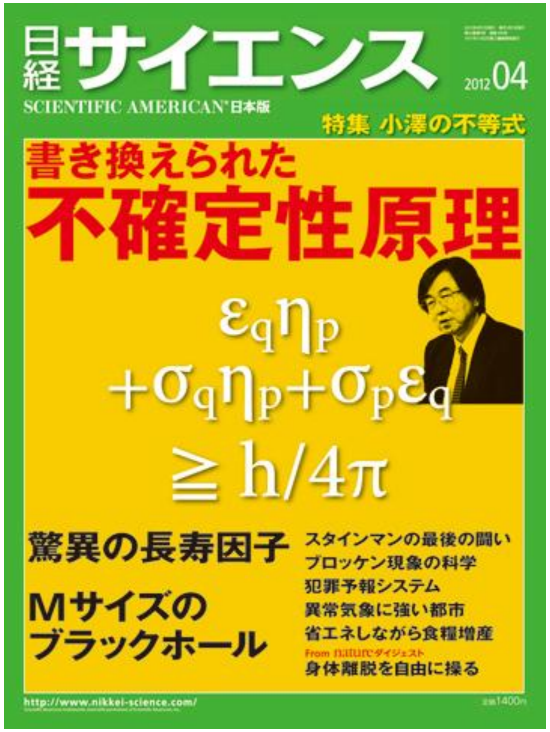
量子推定理論を用いた不確定性関係の定式化

PRA **84**, 042121 (2011).
arXiv:1106.2526 (2011).

渡辺 優

東京大学 理学系研究科 物理学専攻



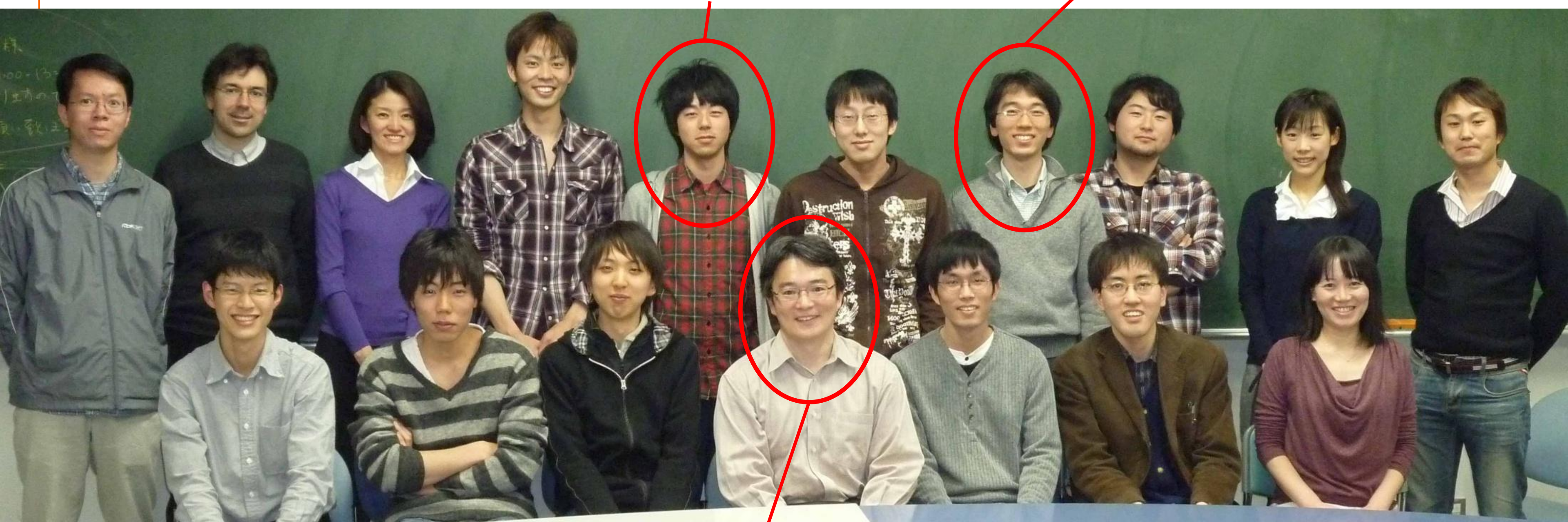
日経サイエンス2012年4月号
私の反論・研究内容も掲載！

自己紹介

所属：上田正仁研究室 博士課程三年（4月から東大物性研でポスドク）

研究内容

- 不確定性関係, PRA **84**, 042121 (2011), arXiv:1106.2526 (2011).
- ノイズ環境下での最適測定, PRL **104**, 020401 (2010).
- 孤立量子系の熱平衡化, PRE **84**, 021130 (2011), arXiv:1202.1965 (2012).
（統計力学は何故成り立つのか？）



背景

ハイゼンベルグの不確定性関係(1927)

- 位置を正確に測るほど運動量がわからなくなってしまう。

物理だけでなく人文・哲学にも大きな影響。

  - 測定者とは無関係な客観的実在の否定
  - 自然に対して得られる我々の知識の限界
  - 量子力学は不完全？

近年、

- 超精密測定に向けた実験技術の発展（重力波検出など）
- 量子情報分野の発展（量子暗号・量子計算などの基礎原理）
- 小澤の不等式(2004), 不確定性関係の破れの実験的検証(2012)

不確定性関係に対する関心が再び高まっている。

物理の根幹 新たな数式

小澤正直
名古屋大教授

科学技術の根幹にある量子力学の「不確定性原理」を示す数式を書き換える、名古屋大の小澤正直教授の予測が、ウィーン工科大の長谷川祐司博士らの実験で確認された。15日付で科学誌ネイチャー・フィジックス電子版に報告する。絶対に破られない量子暗号などの技術開発に役立ちそうだ。

▼38面＝ハイテクで修正

不確定性原理は、「粒子の位置と運動の様子（運動量）を同時に正確に測れない」などとする量子力学の根本的な理論で、ノーベル賞学者のハイゼンベルクが1927年に提唱した。電子などの位置を超精密に測定しても、限界があることを示す不確定性原理の不等式は、物理学の教科書にも載せられてきた。

不確定性原理 名大教授の予測、実証

小澤教授は1980年代からこの考え方に挑戦。2003年に、より精密な不等式を発表した。ところが、粒子レベルの極めて微細な現象で、これらの違いを実験で観測することが非常に難しかったため、いずれが正しいか、確認されていなかった。

長谷川博士らは、原子炉からの中性子のスピンと呼ばれる性質を超精密に観測する手法を開発。その観測から、従来の式が成り立たない例が示され、「小澤の不等式」が肯定される結果を得た。

小澤教授は「今後、新しい量子力学が発展する。量子情報技術のイノベーションがあり、インターネットのセキュリティー向上や次世代の超高速計算も可能になるだろう」と話した。（松尾一郎）

朝日新聞 朝刊1面

不確定性原理に欠陥

量子力学の基本法則

約80年前に提唱されたミクロな世界を説明する量子力学の基本法則「不確定性原理」に欠陥があることを、小澤正直・名古屋大教授と長谷川祐司ウィーン工科大准教授のチームが世界で初めて実験で発見した。高速の暗号通信技術への応用や教科書の書き換えを迫る成果といい、15日付の英科学誌ネイチャー・

名古屋大教授ら実証

教科書の書き換え迫る

フィジックス（電子版）に発表した。

髪の毛の太さの10万分の1以下の原子の世界では、粒子が波としても振る舞うといった両面性があるなど、不思議な現象が起きる。こうした現象を説明するために提唱された基本法則が「位置と速度のように二つの物理量は、同時に精密測定できない」と定めた不確定性原理だ。

例えば、電子などの位置を測るには光を当てる必要があるが、エネルギーで速度（運動量）が変わる。エネルギーを小さくすれば影響は小さくなるが、位置の精度は落ちる。逆に速度を知ろうとすると位置が変わってしまうため、ミクロの世界には測定限界があると考えられてきた。

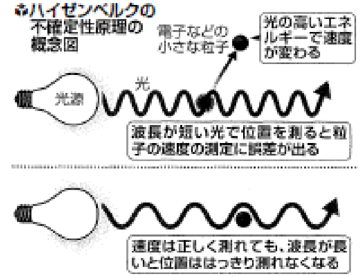
しかし、1980年代ごろから、この理論ではすべて説明できないとの指摘が出始めた。小澤教授は2003年、不確定性原理には理論的に欠陥がありうるとした「小澤の不等式」を発表した。チームはそれを実証するため、原子を構成する中性子の「スピン（自転）」の向きに関連した二つの値を精密に測定。測定限界を超えた精度で二つの値を測ることに成功し、小澤の不等式が成り立つ一方で、不確定性原理とは矛盾のあることを確認した。

今回の発見を応用すれば、解読するとその情報が変化して分からなくなる「先端暗号技術」の通信速度向上などに役立つ可能性がある。【野田武】

不確定性原理

ドイツの物理学者ハイゼンベルクが1927年に提唱した理論。電子など極微の世界では、位置と速度を同時に正確に測ることはできないことを示した。量子力学を否定したアインシュタインとの論争を経て考案したとされる。決められないことがあるとの考え方は、哲学など他分野にも大きな影響を与えた。ハイゼンベルクは量子力学の発展への貢献で、1932年に31歳でノーベル賞を受賞した。

毎日新聞 朝刊3面



不確定性原理に欠陥

量子物理学の基礎 ハイゼンベルク提唱

電子など小さな粒子の位置や速度を同時に正しく測定することは不可能とする「ハイゼンベルクの不確定性原理」が、常には成り立たないとする実験結果を、ウィーン工科大と名古屋大の研究チームがまとめた。80年以上前に提唱された量子物理学の基本原理を覆す成果で、ナノ科学での新たな測定技術開発の手がかりになるという。15日付の科学誌ネイチャー・フィジックス電子版に掲載される。

物が見えるのは、物に当たった光が反射して、私たちの目に届くからだ。時間をおいて2度見れば、物の動き（速度）がわかる。ただ、光は波長が短いほどエネルギーが大きいので、小さな粒子を見る場合に問題が生じる。短い波長の光を使うほど、粒子の位置は詳しく測れるが、反射した時に粒子をはね飛ばすので、元の速度は測れなくなる。

このため、位置と速度は、一方を正確に測ろうとすると、もう片方の誤差が増える。これが不確定性原理で、ドイツの物理学者ハイゼンベルクが1927年に提唱。32年にノーベル物理学賞を受賞している。

同工科大の長谷川祐司准教授らは、原子核を構成する中性子について「スピン」という量を測定した。2種類のスピンを測ると、位置と速度の測定に相当する。その結果、二つのスピンを極めて正確に測定でき、不確定性原理を表す数式で示される誤差を下回った。

同原理の不成立を別の数式を使って主張してきた共同研究者の小澤正直・名古屋大教授は「小さい粒子でも、位置も速度も正確に測れることが実験でも実証できた。新しい測定技術や解読不可能な量子暗号の開発などへの道が開けるのではないか」と話している。

読売新聞 朝刊2面

物理の基本原則 ほころび

現代物理学の基本原理と約80年前から認められてきた「不確定性原理」が当てはまらない場合があることを、名古屋大学などの共同研究グループが実験で確かめた。日常生活を支える半導体やレーザーが開発できたのもこの原理を根幹とする理

「不確定性原理」

論が基になっている。実験結果は従来の前提を大きく変え、これまでにない画期的な測定・制御技術に道を開く可能性がある。（関連記事11面に）

小澤正直名大教授、長谷川祐司ウィーン工科大准教授らによる成果。15日付の英科学誌ネイチャーフィジックス（電子版）に論文が掲載される。

不確定性原理は、ミクロの世界は一定以上の精度で測れないとしてきた。電子など粒子の位置を知るには光を当てる必要があるが、光の影響で電子の運動量（速度）の測定誤差が大きくなる。

名古屋大など新理論実証
ミクロの世界 精密測定

正確な位置と運動量を同時に知ることは不可能との立場だ。

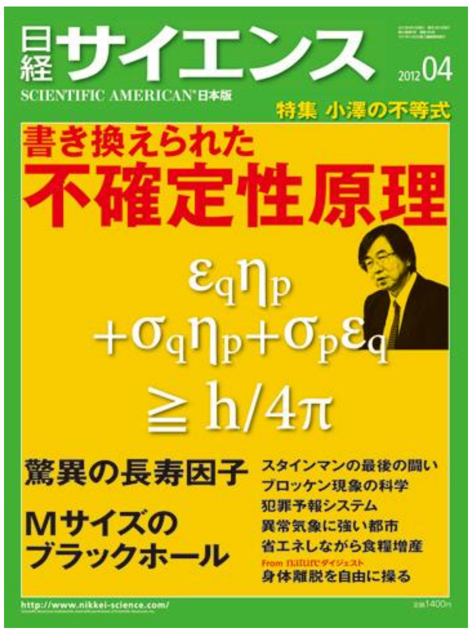
研究グループは人工的に発生させた中性子の持つ磁石の性質を2台の装置で観測する実験で、中性子の状態を精度良く測れる方法があることを突き止めた。不確定性原理とは矛盾するが、小澤教授の理論では説明がついた。

電子などの位置や運動量の誤差が正確に分かれば、ミクロの世界を扱う技術への波及効果も大きい。

情報を緻密に制御することで、スーパーコンピューターの能力をはるかに上回る量子コンピューターの実現などに役立つ見通し。盗み見られた痕跡を僅かなデータ変化から読み取り、絶対に盗聴ができない量子暗号通信の高度化にもつながる。

▼不確定性原理　ノーベル物理学賞を受賞したドイツの物理学者ハイゼンベルクが1927年に唱え、量子物理学の基本原理とされてきた。電子などのミクロな世界では、粒子の位置や運動量を観測や測定によって正確に知ることは不可能だとする。位置と運動量を同時に測ろうとしても、測定という行為自体が粒子の状態を乱し、確定的に知ることができないと説明している。

日経新聞 朝刊1面



日経サイエンス2012年4月号

新聞記事はどれも2012年1月16日

問題意識、着眼点、研究結果

- 誤差 ＝ 測定値 − 真値
- 量子論：「物理的実在(elements of physical reality)」の否定
  - 誤差を「測定値 − 真値」によって評価することは出来ない。

➡ 小澤の不等式は物理的に不合理な結論をもたらす。

- 量子論に内在される統計的性質に着目
  - 測定データから測定対象について情報を引き出す

推定プロセスが本質的に重要。

➡ 量子推定理論による誤差・擾乱の情報論的定式化。

➡ 不確定性関係に最終的な決着を与えた。

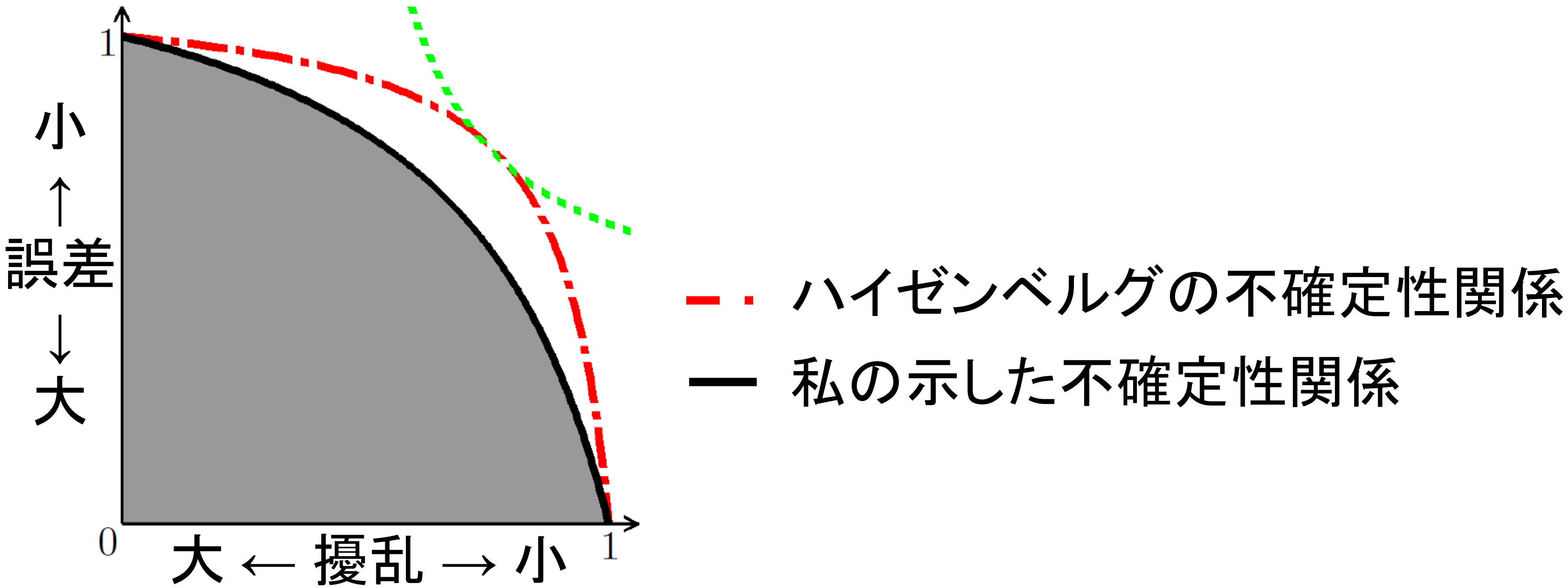
量子推定理論による誤差・擾乱の情報論的定式化

- 誤差：測定によって得られたFisher情報量の逆数
- 擾乱：測定過程によるFisher情報量の損失

Fisher情報量：推定の精度，状態の識別のしやすさ
統計学で用いられる最も重要な量

量子論が内在する統計的性質に着目することで、
「物理的実在」に依拠せずに誤差・擾乱を定式化！

誤差・擾乱の満たす不確定性関係



- これまで予想されていた下限よりも厳しい下限を示した。
- ハイゼンベルグの不確定性関係は破れない。
- 下限を達成する測定を具体的に構成した。

今後の展望

- 重力波検出などで必要となる**超精密測定への応用**を目指す。

Appendix

量子論における「真値」とは？

量子論が予言するもの

- 平均値、分散、確率分布などの統計的なもの**のみ**

（理想的な、正確な）測定をしたときに得られる**べき**値を
解釈に依らずに（文脈に依存せずに）述べることはできない。

測定の性能

- 誤差や擾乱
- 誤り確率、検出効率
- 通信量、暗号の安全性　など

を量子論の解釈に依らずに評価するには
統計的な手法を用いなければならない。

小澤の結果との比較

- 小澤による誤差・擾乱の定義
  - 誤差: 測定値－測定前の物理量の真値
  - 擾乱: 測定後の物理量の真値 －測定前の物理量の真値
- 問題点
  - 「物理的実在(elements of physical reality)」に依拠した定義。

⇒ 小澤の誤差や擾乱は物理的な意味を一般には持たない。

- 私の誤差・擾乱の定義
  - 誤差: 測定によって得られたFisher情報量の逆数
  - 擾乱: 測定過程によるFisher情報量の損失
    - Fisher情報量: 推定の精度，状態の識別のしやすさを表す

統計学で用いられる最も重要な量

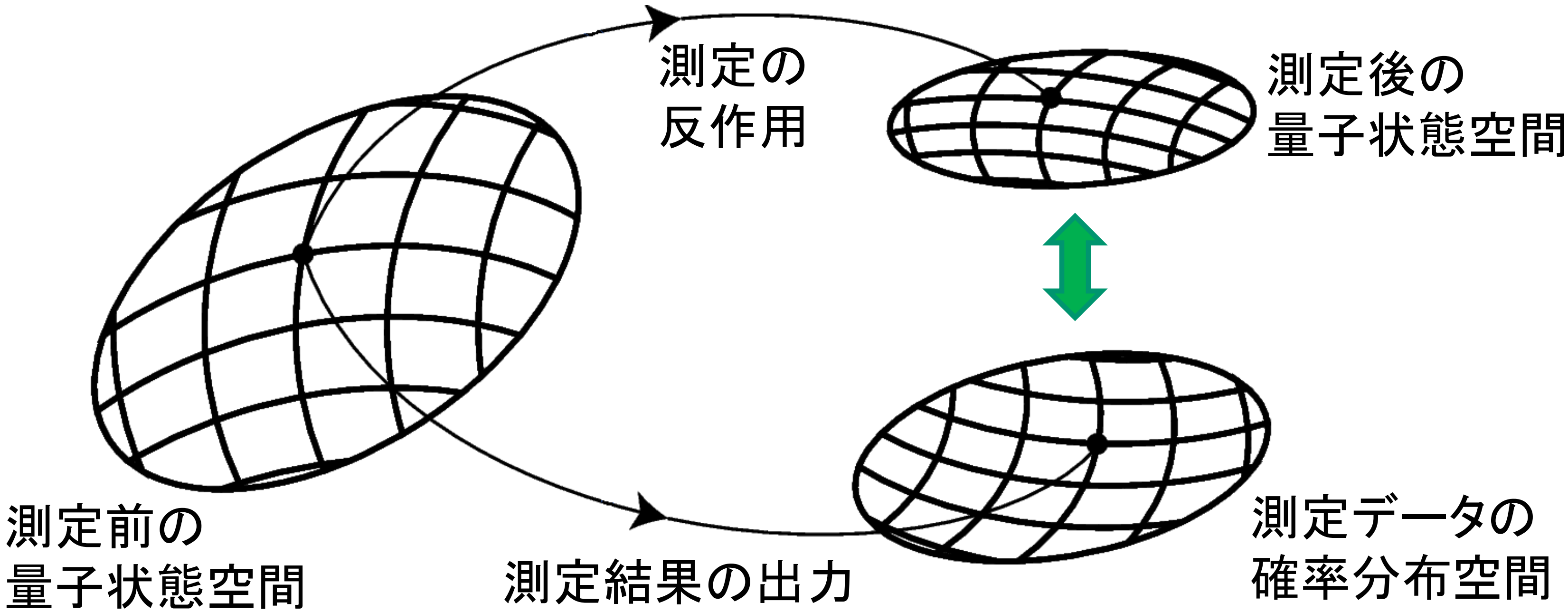
⇒ 量子論が内在する統計的性質に着目することで、
「物理的実在」に依拠せずに誤差・擾乱を定式化！

Fisher情報量による誤差・擾乱の定式化

- 誤差：測定によって得られたFisher情報量の逆数
- 擾乱：測定過程による量子Fisher情報量の損失

Fisher情報量＝異なる状態の識別のしやすさ

＝異なる状態間の距離（計量）



不確定性関係 ＝ 二つの空間の計量の間の取引関係

量子推定理論を用いた誤差･擾乱の定式化

- 誤差： $\varepsilon(\hat{A};\boldsymbol{M}) := J(\hat{A};\boldsymbol{M})^{-1} - J_Q(\hat{A})^{-1} \geq 0$

$J(\hat{A};\boldsymbol{M})$：測定 $\boldsymbol{M}$ によって得られる $\hat{A}$ についてのFisher情報量
（$\langle\hat{A}\rangle$ の推定精度を与える）

Cramér-Rao不等式 $\lim_{n\to\infty} n\mathrm{Var}[A^{\mathrm{est}}] \geq J(\hat{A};\boldsymbol{M})^{-1}$

$J_Q(\hat{A})$：測定前の状態における量子Fisher情報量
（物理量の揺らぎ $\sigma(\hat{A})$ を与える）

$$J_Q(\hat{A})^{-1} = \sigma(\hat{A})$$

誤差 ＝ 測定で得られた情報量の逆数

- 擾乱： $\eta(\hat{B};\boldsymbol{M}) := J'_Q(\hat{B})^{-1} - J_Q(\hat{B})^{-1} \geq 0$

$J'_Q(\hat{B})$：測定後の状態における量子Fisher情報量
（測定後の状態からの推定前の状態の推定精度を与える）

擾乱 ＝ 測定過程による情報量の損失

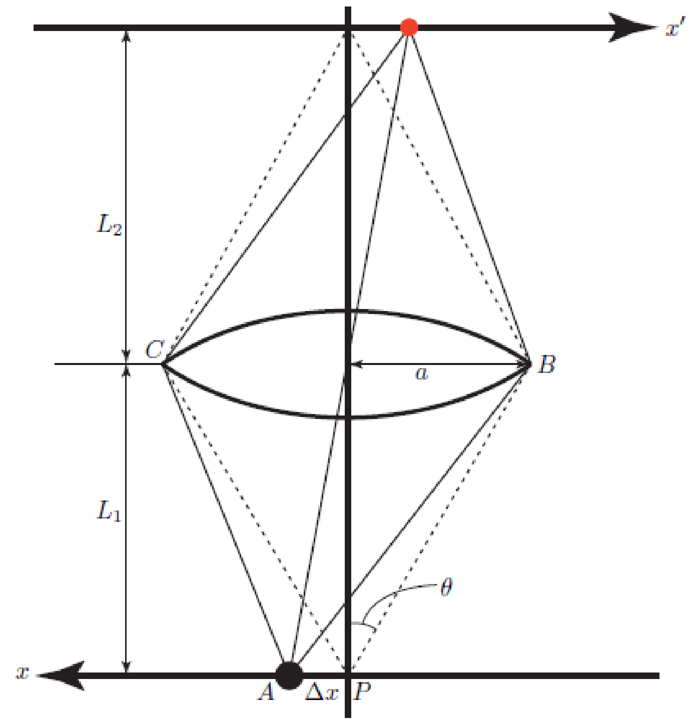
Heisenbergのγ 線顕微鏡

W. Heisenberg, Z. Phys. 43, 172 (1927).

γ線を用いた粒子の位置の測定

- 位置の測定誤差: $\varepsilon(x) \sim \lambda/2\sin\theta$
  （スクリーン上の輝点からの位置の推定精度）
- 測定の反作用による運動量への擾乱: $\eta(p_x) \sim \frac{2\hbar}{\lambda}\sin\theta$
  （測定後の運動量からの元の運動量の推定精度）

$$\Rightarrow \quad \varepsilon(x)\eta(p_x) \gtrsim \hbar$$



- 測定誤差と擾乱の間の取引関係の存在が示唆される。
- **量子測定の相補性**と呼ばれる。

Kennard–Robertsonの不等式

E. H. Kennard, Z. Phys. 44, 326 (1927).
H. P. Robertson, Phys. Rev. 34, 163 (1929).

任意の物理量 $\hat{A}, \hat{B}$ に対して以下が成り立つ。

$$\sigma(\hat{A})\sigma(\hat{B}) \geq \frac{1}{2}|\langle[\hat{A}, \hat{B}]\rangle|$$

$$\sigma(\hat{A})^2 := \langle\hat{A}^2\rangle - \langle\hat{A}\rangle^2$$: 物理量 $\hat{A}$ の揺らぎ

$$\langle\hat{A}\rangle := \mathrm{Tr}[\hat{\rho}\hat{A}]$$

- 物理量の揺らぎについてのトレードオフ関係

  ⇒ 互いに非可換な物理量は同時に定まった値を持てない。
  量子状態の非決定性と呼ばれる。

- 量子状態のみに依存。測定過程とは無関係。

  ⇒ Heisenbergの不確定性関係の数学的な証明ではない。
  量子測定の相補性と量子状態の非決定性は異なった概念。

誤差と擾乱の満たす不確定性関係

任意の測定 $\boldsymbol{M}$ に対して以下の不等式が成り立つ。

$\sigma_{\mathrm{Q}}(\hat{A})$ ：量子揺らぎ

$\mathcal{C}_{\mathrm{QS}}(\hat{A},\hat{B})$ ：量子相関

$$\varepsilon(\hat{A};\boldsymbol{M})\eta(\hat{B};\boldsymbol{M}) \geq \sigma_{\mathrm{Q}}(\hat{A})^2\sigma_{\mathrm{Q}}(\hat{B})^2 - \mathcal{C}_{\mathrm{QS}}(\hat{A},\hat{B})^2$$

- これまで予想されていた下限よりも厳しい下限が存在した。
  一般化Schrödingerの不等式
  $$\sigma_{\mathrm{Q}}(\hat{A})^2\sigma_{\mathrm{Q}}(\hat{B})^2 - \mathcal{C}_{\mathrm{QS}}(\hat{A},\hat{B})^2 \geq \tfrac{1}{4}|\langle[\hat{A},\hat{B}]\rangle|^2$$
- Heisenbergの不確定性関係は破れない。
  $$\varepsilon(\hat{A};\boldsymbol{M})\eta(\hat{B};\boldsymbol{M}) \geq \tfrac{1}{4}|\langle[\hat{A},\hat{B}]\rangle|^2$$
- 等号を達成する測定が常に存在する。
  ➡ 最も強い不等式である。
- 下限を達成する測定を具体的に構成した。