量子力学における科学と哲学

北島　雄一郎

2012 年 3 月 10 日
(Science of Philosophy of Science 合宿)

目的

科学者と科学哲学者の連携の仕方を

科学哲学の立場から考える。

SPS と似た活動

- 小規模ではあるけれども、Science of Philosophy of Science と似たような活動はすでにある。
  - 科学基礎論夏のセミナー（1998 年〜）
  - 科学基礎論春のセミナー（2003 年〜）
- 初期の参加者
  - 石垣壽郎（科学哲学者）
  - 牧二郎（物理学者）
  - 小澤正直（数学者）

量子力学の哲学における一つのスタイル

量子力学における
哲学的問題を
数学的に厳密に論じる

哲学的問題 $\Longleftrightarrow$ 数学的定式化

科学哲学における実在に関する議論（戸田山和久『科学哲学の冒険』 pp.150-151）

独立性テーゼ 科学と独立した世界の存在と秩序をみとめる

知識テーゼ 科学と独立した世界について科学によって知ることができる

		知識テーゼ 賛成	知識テーゼ 反対
独立性テーゼ	賛成	科学的実在主義	反実在主義
独立性テーゼ	反対	社会的構成主義	

哲学的問題 $\Longrightarrow$ 数学的定式化

量子力学の枠組み

観測命題 「物理量 A の値は a である」という命題。これは、射影作用素で表される。

状態 密度作用素で表される。

量子力学を使うと、ある状態における観測命題の確率を計算することができる。

科学的実在主義の立場からみた量子力学の問題

- 量子力学の観測命題が実在に関わるのであれば、この観測命題の真偽は確定していなければならない。
- つまり、観測命題には、1 か 0 を割り当てられなければならない。

科学的実在主義の立場からみた量子力学の問題

P_1　「物理量 A の値は a_1 である」という観測命題

P_2　「物理量 A の値は $a_2 (\neq a_1)$ である」という観測命題

$P_1 \vee P_2$　「物理量 A の値は a_1 または a_2 である」という観測命題

P_1	P_2	$P_1 \vee P_2$
1	0	1
0	1	1
0	0	0

観測命題に対する真偽の割り当て

Definition (A finitely additive truth-value assignment)

A mapping μ from the set of all projections in a von Neumann algebra $\mathfrak{N}$ to $\{0,1\}$ is called a finitely additive truth-value assignment on $\mathfrak{N}$ if μ satisfies following conditions:

1. $\mu(I) = 1$;
2. *For any mutually orthogonal projections* $P, Q \in \mathfrak{N}$, $\mu(P \vee Q) = \mu(P) + \mu(Q)$.

観測命題すべてに同時に真偽を割り当てることはできない　（数学的な問題）

Theorem

Let $\mathfrak{N}$ be a von Neumann algebra that has neither direct summand of type I_1 nor direct summand of type I_2. Then there is no finitely additive truth-value assignment on $\mathfrak{N}$.

哲学的問題 $\Longleftarrow$ 数学的定式化

次に問題になること

- 前の定理によれば、観測命題すべてが同時に実在に関わっていると解釈することはできない。
- しかし、この定理は一部の観測命題の一部が実在に関わっていると解釈することを禁じているわけではない。
- 同時に真理値を割り当てることができるような観測命題の集合は存在する。
- どの観測命題の集合が実在に関わっていると解釈できるのか。

検出実在主義 (Chakravartty 1998 ‘Semirealism’)

対象（entity) がもつ性質は

- 検出性質 例えば、光の強度
- 補助性質 例えば、エーテルが振動しているという性質

に分けられる。
検出性質のみが実在に関わる。

哲学的問題 $\Longrightarrow$ 数学的定式化

量子力学における検出性質

- 「ある状態 φ において、物理量 A の値は a である」
- ある状態においてある観測命題を測定した時、どれが検出性質とみなせるか。

真偽を割り当てることができる観測命題の集合

Definition (Halvorson and Clifton, 1999, cf. Howard, 1994)

Let $\mathfrak{B}$ be a unital C-subalgebra of a unital C*-algebra $\mathfrak{A}$ with a state φ. A state ω of $\mathfrak{B}$ is said to be dispersion-free if $\omega(A^2) = \omega(A)^2$ for any self-adjoint element $A \in \mathfrak{A}$.*

We say that $\mathfrak{B}$ is a beable algebra for φ if there is a probability measure μ on the space $\mathbf{S}_{DF}(\mathfrak{B})$ of dispersion-free states of $\mathfrak{B}$ satisfying

$$\varphi(A) = \int_{\mathbf{S}_{DF}(\mathfrak{B})} \omega(A) d\mu(\omega) \quad (\forall A \in \mathfrak{B}).$$

状態と測定する観測命題のみから決まるという条件

Definition (Halvorson and Clifton, 2002)

Let $\mathfrak{B}$ be a unital C-algebra of a C*-algebra $\mathfrak{A}$ with a self-adjoint element A and a state φ.*
We say that $\mathfrak{B}$ is definable in the measurement context (φ, A) if

$$U^*\mathfrak{B}U = \mathfrak{B}$$

for any unitary element $U \in \mathfrak{A}$ such that

$$[U, A] = 0 \text{ and } \varphi_U = \varphi,$$

where φ_U is defined by $\varphi_U(X) = \varphi(U^*XU)$ for every $X \in \mathfrak{A}$.

状態と測定する観測命題から決まる観測命題の集合の定義

We say that a unital C*-subalgebra $\mathfrak{B}$ of $\mathfrak{A}$ is a beable algebra for (φ, A) if it satisfies following conditions:

(Beable) $\mathfrak{B}$ is a beable algebra for φ.

(A-Priv) $A \in \mathfrak{B}$.

(Def) $\mathfrak{B}$ is definable in the measurement context (φ, A).

その集合はどのような形をしているのか（数学的な問題）

Theorem

Let $\mathfrak{N}$ be a von Neumann algebra on a Hilbert space $\mathcal{H}$, let ψ be a normal state of $\mathfrak{N}$, let S be the support of ψ, let $\mathcal{S}$ be the range of S, let A_1 be a self-adjoint operator in $\mathfrak{N}$, and let $\mathcal{T} := [\{A_1\}''\mathcal{S}]$.
If C-subalgebra $\mathfrak{B}$ of $\mathfrak{N}$ is a maximal beable algebra for (ψ, A_1), $\mathfrak{B}$ has the form $P_{\mathcal{T}}^{\perp}\mathfrak{N}P_{\mathcal{T}}^{\perp} \oplus \mathfrak{A}$, where $\{A_1\}''P_{\mathcal{T}} \subseteq \mathfrak{A} \subseteq \{A_1, \mathfrak{C}_{\psi}'\}''P_{\mathcal{T}}$, $\mathfrak{A}$ is maximal abelian in $\{A_1, \mathfrak{C}_{\psi}'\}''P_{\mathcal{T}}$ and $\mathfrak{C}_{\psi} = \{Z \in \mathfrak{N} | \psi([X, Z]) = 0 \text{ for all } X \in \mathfrak{N}\}$.*

物理学者に馴染みのある具体例

$$\psi : |\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|z+\rangle|z-\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}}|z-\rangle|z+\rangle$$

$$A_1 : |z+\rangle\langle z+| \otimes I \quad A_2 : I \otimes |z-\rangle\langle z-| \in \mathfrak{B}$$

$$B_1 : |x+\rangle\langle x+| \otimes I \quad B_2 : I \otimes |x-\rangle\langle x-| \notin \mathfrak{B}$$

今回提示したスタイル

$$\text{哲学的問題} \Longleftrightarrow \text{数学的定式化}$$

量子力学という舞台において、
哲学的問題と数学的な定式化の間を
往復運動する。

このスタイルにおける科学者と科学哲学者の連携の仕方

（哲学的問題）$\Longrightarrow$ 数学的定式化

- 数学的定式化が妥当かどうか
- 数学的に定式化された問題をどのように解決するか

おわり